ilesson 6.2

Показательные Уравнения.

Степень. Корень.

определение степени: $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $a^2 = a \cdot a$ $a^7 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ $a^n = a \cdot a \cdot \ldots\ldots \cdot a$ **n - раз**

$$a^{-3} = \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \frac{1}{a^3} \qquad a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m = \frac{1}{a^m} \qquad \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$$

кубический корень $\sqrt[3]{a}$ **это число, чей куб** $\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a$. **корень n-ой степени** $\sqrt[n]{a}$ **это такое, чтобы** $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$.

дробная степень $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ **. В показателе** $\frac{m}{n}$ **числитель указывает на "степень", а знаменатель на "корень".**

примеры: $64^{\frac{4}{3}} = \left(\sqrt[3]{64}\right)^4 = (4)^4 = 216$; $a^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{a}$; $a^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{a}}$;

$$\left(\frac{9}{16}\right)^{-1.5} = \left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{\frac{16}{9}}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27};\ \left(-\frac{2}{5}\right)^4 = -\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{16}{25 \cdot 25} = \frac{16}{625}$$

$$\left(3\sqrt{2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(3\sqrt{2}\right)^5} = \frac{1}{\left(3\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}\right)\cdot\left(3\sqrt{2}\right)} = \frac{1}{243 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{972\sqrt{2}};$$

$$125^{-\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{125^{\frac{1}{3}}} \cdot \left(\sqrt[4]{81}\right)^3 = \frac{1}{5} \cdot (3)^3 = \frac{27}{5};$$

Формулы Степеней:

$a^{x+y} = a^x \cdot a^y$ **сумма в показателе** $\Leftrightarrow$ **произведение степеней** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$ **разность в показателе** $\Leftrightarrow$ **деление степеней** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$\left(a^x\right)^y = a^{xy}$ **степень в степени** $\Leftrightarrow$ **произведение показателей** $a^{mn} = \left(a^m\right)^n$

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ **произведение в степени**

выполнить тест-упражнения 6.2.17 на применение формул, свойств степени.

№ 6.2.17 – Тест-упражнение

Освоение Формул Степеней.ТИП примеров(28): $(y^3)^2$; $(7a)^4$; $(n^x)^4$; $(x^3)^y$; $(\sqrt{a})^3$; $(9n)^{\frac{3}{2}}$; $(\frac{m}{c}$

9.1 оценка 96% глубина

Затрачено **40 мин.**. Начало: **26.07.2016 23:04**. Завершение: **27.07.2016 11:09**.

Сообщения

Простейшие показательные уравнения

Простейшее показательное уравнение: $a^{f(x)} = a^n$ **сводится к равенству показателей** $f(x) = n$ **при одинаковых основаниях.**

уравнение: $5^{-3x+1} = 0.2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{125}$

Преобразуем так, чтоб получить : 5 степени что-то = 5 степени число

$$5^{-3x+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{5^3} \quad \Leftrightarrow \quad 5^{-3x+1} = 5^{-\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} \quad \Leftrightarrow \quad 5^{-3x+1} = 5^{-\frac{1}{3}+\frac{3}{2}} \quad \Leftrightarrow \quad 5^{-3x+1} = 5^{\frac{7}{6}}$$

приравняем показатели: $-3x + 1 = \frac{7}{6} \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{18}$

выполнить тест-упражнения 6.2.5

№ 6.2.5 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $5^{-3x+1} = 0.2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{125}$

9.9 оценка 99% глубина

Затрачено **49 мин.**. Начало: **27.07.2016 13:06**. Завершение: **29.07.2016 11:29**.

Сообщения

уравнение: $2^{3x}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{3x}=\sqrt{\frac{125}{216}}$

Решение: Преобразованиями обеих частей уравнения мы должны привести уравнение к простейшему виду $a^{f(x)}=a^b$. В левой части две показательные функции с одинаковыми показателями $3x$; но разными основаниями 2 и $\frac{3}{5}$. Для такой ситуации подойдет формула

$(a\cdot b)^x=a^x\cdot b^x$. Применим её наоборот $a^x\cdot b^x=(a\cdot b)^x$. Это позволит "затащить" оба основания под единый показатель! В результате мы

получим одну показательную функцию с основанием в виде произведения. Это первый шаг на пути к простейшему уравнению

"одна показательная функция = одной степени". Далее мы должны добится ,что бы у низ были одинаковые числа-основания.

При помощи формул степеней добьемся : равенство степеней **с одинаковым основанием :**

$$\left(\frac{2\cdot3}{5}\right)^{3x}=\sqrt{\frac{5^3}{6^3}}\quad\Leftrightarrow\quad\left(\frac{6}{5}\right)^{3x}=\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^3}\quad\Leftrightarrow\quad\left(\frac{6}{5}\right)^{3x}=\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{3}{2}}\quad\Leftrightarrow\quad\left(\frac{6}{5}\right)^{3x}=\left(\frac{6}{5}\right)^{-\frac{3}{2}}\quad\Leftrightarrow\quad 3x=-\frac{3}{2}$$

ответ: $x=-0.5$

выполнить тест-упражнения 6.2.6

№ 6.2.6 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $2^{3x}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{3x}=\sqrt{\frac{125}{216}}$

10 оценка 100% глубина

Затрачено **38 мин.**. Начало: **26.07.2016 23:51**. Завершение: **27.07.2016 18:23**.

Сообщения

Замена переменных. Метод подстановки.

уравнение: $4\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^{4x}-17\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}+4=0$

Решение: В уравнении две показательные функции : $\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}$ и $\left(\frac{1}{16}\right)^{4x}$ с одинаковым основанием $\frac{1}{16}$, причем один из показателей $4x$ ровно два раза больше другого $2x$. Используя свойство "произведение показателей" $a^{2n}=(a^n)^2$, **выразим одну показательную функцию через квадрат другой** (ведь показатель одной в 2 раза больше другой!).

Так, как одна показательная функция является квадратом другого (показатель 2 раза больше!) то можем решать

методом подстановки **:** $y=\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}$ **- формула замены.** $4y^2-17y+4=0$ **- уравнение замены**

$4y^2-17y+4=0$ $\quad d=289-4\cdot4\cdot4=225$ $\quad y=\frac{17+15}{8}=4$ $\quad y=\frac{1}{4}$

$\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}=4$ **// возврат от** $y=\frac{17+15}{8}=4$ **//** $\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}=\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$ $\quad 2x=-\frac{1}{2}$ $\quad x=-\frac{1}{4}$

$\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}=\frac{1}{4}$ **// возврат от** $y=\frac{1}{4}$ **//** $\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}=\frac{1}{4}$ $\quad (4^{-2})^{2x}=4^{-1}$ $\quad -4x=-1$ $\quad x=\frac{1}{4}$

выполнить тест-упражнения 6.2.7

№ 6.2.7 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $4\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^{4x}-17\cdot\left(\frac{1}{16}\right)^{2x}+4=0$

8.5 оценка 85% глубина

Затрачено **40 мин.**. Начало: **27.07.2016 11:20**. Завершение: **29.07.2016 11:30**.

Сообщения

Схема метода замены: **Y = формула замены. Пишем новое уравнение по Y => находим Y - корни => возвращаемся к X => решаем получившееся упрощенное уравнение по X => находим X - корни исходного уравнения!**

Показательные уравнения: выравнивание показателей, оснований.

еще Формулы Степеней: $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$ **произведение степеней с одинаковыми показателями** $(xy)^c = x^c \cdot y^c$

уравнение: $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{4x} \cdot \left(\sqrt[3]{25}\right)^{4x} = 125$

показатели ***одинаковые:*** можем объединить под одну степень, произведение двух показательных превратится в одну показательную. чем меньше, тем лучше!

$\left(\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}\right)^{4x} = 125$ => $\left(\sqrt[3]{125}\right)^{4x} = 125$ => $5^{4x} = 5^3$ => $4x = 3$ => $x = \frac{3}{4}$

выполнить тест-упражнение 6.2.8

№ 6.2.8 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{4x}\left(\sqrt[3]{25}\right)^{4x} = 625$

9.9 оценка 99% глубина

Затрачено **7 мин.**. Начало: **27.07.2016 00:12**. Завершение: **28.07.2016 16:09**.

Сообщения

уравнение: $7^{2x-1} = 2 \cdot 7^x - 7$ одно основание, разные показатели. Переделаем показатели под единную:

чтоб получилось 1 основание, 1 показатель. Значит 1 функция. $\frac{7^{2x}}{7} = 2 \cdot 7^x - 1$ => $\frac{7^{2x}}{7} = 2 \cdot 7^x - 1$

=> $\frac{(7^x)^2}{7} = 2 \cdot 7^x - 1$ => **замена:** $y = 7^x$ $\frac{(y)^2}{7} = 2 \cdot y - 1$. Далее по схеме: найдем y, и возврат значении.

формула: $a^{nm} = (a^n)^m$ **здесь** $a = 7$ $n = 2$ $m = x$

выполнить тест-упражнение 6.2.9

№ 6.2.9 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $3^{2x+1} = 28 \cdot 3^x - 9$

9.5 оценка 95% глубина

Затрачено **24 мин.**. Начало: **27.07.2016 18:30**. Завершение: **29.07.2016 12:03**.

Сообщения

Несколько оснований. Объединение показателей. Однородность.

уравнение: $3^{5x-1} \cdot 7^{2x-2} = 3^{3x+1}$

уберем числовые "добавки" в показателях: сделаем их одинаковыми.

При одинаковых показателях возможны объединение оснований.

=> $\frac{3^{5x}}{3} \cdot \frac{7^{2x}}{7^2} = 3 \cdot 3^{3x}$ => $\frac{3^{5x}}{3^{3x}} \cdot \frac{7^{2x}}{1} = 3 \cdot 3 \cdot 7^2$ => $3^{2x} \cdot 7^{2x} = 9 \cdot 7^2$ => $(3 \cdot 7)^{2x} = (21)^2$ => $x = 1$

выполнить тест-упражнение 6.2.10

№ 6.2.10 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $3^{5x-2} \cdot 7^{2x-4} = 3^{3x+2}$

9.9 оценка 99% глубина

Затрачено **12 мин.**. Начало: **27.07.2016 13:46**. Завершение: **28.07.2016 11:29**.

Сообщения

уравнение: $3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0$

уберем добавку +1 в показателе, и множитель 2 в показателе. Добьемся: всюду один показатель (x) .

=> $3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0$ => $3 \cdot 9^x - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 49^x = 0$

показателей 2, а оснований 3 разных. "Однородно", метод деления на одну из функций обеих частей.

$\frac{3 \cdot 9^x - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 49^x}{49^x} = \frac{0}{49^x}$ => $3 \cdot \frac{9^x}{49^x} - 4 \cdot \frac{21^x}{49^x} - 7 \cdot \frac{49^x}{49^x} = 0$ => $3 \cdot \left(\frac{9}{49}\right)^x - 4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^x - 7 = 0$

все готово для метода замены $y=\left(\frac{3}{7}\right)^x$ $3\cdot(y)^2-4\cdot y-7=0$ далее, по схеме: нахождение y, возврат замены, нахождение x !

выполнить тест-упражнение 6.2.11

№ 6.2.11 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $3^{2x+1}-4\cdot 21^x-7\cdot 7^{2x}=0$

9.9 оценка 99% глубина

Затрачено **21 мин.**. Начало: **29.07.2016 13:38**. Завершение: **29.07.2016 14:14**.

Сообщения

Контроль:

№ 6.2.1 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $2,7^{2,3x+5,9}=2,7^{3,6}$

9.9 оценка 99% глубина

Затрачено **5 мин.**. Начало: **27.07.2016 12:04**. Завершение: **01.08.2016 10:13**.

Сообщения

Задания к уроку:

№ 6.2.2 – Тест-упражнение

Пошаговая Навигация в решении показательного уравнения ВИДА: $(7^{2x+7})^{x+2}-49=0$

9.9 оценка 99% глубина

Затрачено **7 мин.**. Начало: **27.07.2016 12:08**. Завершение: **27.07.2016 12:34**.

Сообщения

№ 6.2.15 – Тест-упражнение

Решение простейших показательных уравнений. ВИД(4) $3^x=27$; $5^{x+2}=125$; $4^{4y}=\frac{1}{256}$

4.9 оценка 100% глубина

Затрачено **21 мин.**. Начало: **27.07.2016 12:34**. Завершение: **28.07.2016 16:06**.

Сообщения

№ 6.2.16 – Тест-упражнение

Контрольная: Решение показательных уравнений

0 оценка 0% глубина

Затрачено Начало: . Завершение:

Сообщения

№ 16.0.31 – Вычислить значение функции в точках

Функция $f(x)=3^{x+1}$ в точках: $x=-4;$ $x=-3;$ $x=-2;$ $x=-0.5;$ $x=-0;$ ...

3.2 оценка 10% глубина

Затрачено **8 мин.**. Начало: **27.07.2016 18:59**. Завершение: **28.07.2016 16:21**.

Сообщения

№ 16.1.3 – Решить уравнение $0,4^{4-5x}=0,16\sqrt{0,4}$

2 оценка 14% глубина

Затрачено **10 мин.**. Начало: **27.07.2016 19:00**. Завершение: **29.07.2016 13:25**.

Сообщения

№ 16.1.4 – Решить уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x}=8\sqrt{2}$

2.4 оценка 35% глубина

Затрачено **26 мин.**. Начало: **27.07.2016 19:37**. Завершение: **29.07.2016 13:36**.

Сообщения

№ 16.1.20 – Решить уравнение $(\sqrt{12})^x\cdot(\sqrt{3})^x=\frac{1}{6}$

Сообщения