

Математикос – онлайн обучение.

Дистанционные занятия в online-сервисе **Mathematicos.**

Серия «Пять занятий на отлично!»

Глава 4. Степени. Показательные Уравнения. Формулы Степеней.

- Степени. Корни. Дробные степени. Основания, показатели.
- Свойства, формулы степени.
- Простейшее показательное уравнение.
- Преобразования степенных выражений.
- Показательные уравнения: выравнивание показателей, оснований.
- Метод подстановки.
- Однородные уравнения.

сайт: mathematicos.ru

e-mail: mathematicos.pro@gmail.com

Дистанционные занятия в online-сервисе **Mathematicos**.

Подобие заочной формы обучения, но с «умными» интернет - технологиями.

Ученик получает **Урок №1** с **Домашним заданием** на свой аккаунт.

Урок обычный, но дополнен интерактивными задачами - **НАВИГАТОРАМИ**. Выполняя их вместе с **Mathematicos**, следуя «детальным» подсказкам, пошаговым объяснениям «на пальцах», каждый ученик способен освоить содержание урока. **НАВИГАТОР** протащит ученика **сквозь любые затруднения**.

Домашние задания выполняются учеником так же под контролем и наблюдением работа – учителя **Mathematicos**. Указания ошибок, подсказки, мгновенные оценки увеличат возможности ученика решить любую задачу и, главное, решать значительно большее количество . На большем объеме работ получить большую практику => количество перерастет в качество знаний.

Далее получает **Урок №2**, такой же «умный» с такой же помощью работа **Mathematicos**. Затем **Урок №3**, **Урок №4**, **Урок №5**

В итоге: огромная практика решения задач, примеров, освоение формул, методов, приобретение навыков, устойчивых знаний, компетенций по пройденным темам.

Интерактивный Урок № 1

Ученик в своем аккаунте получает Урок №1 . Кроме прочтения изложенного в нем материала, ученику предстоит выполнить предложенные интерактивные задания.

п.1 Степени. Корни.

Целая степень: $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$: умножение a - основания на себя n - раз $a^7 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

Отрицательная степень: $a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m = \frac{1}{a^m}$ Обратное! $a^{-3} = \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \frac{1}{a^3}$

Примеры: $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 36 \cdot 36 = 2376$ $\left(-\frac{2}{7}\right)^4 = -\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{16}{49 \cdot 49} = \frac{16}{2401}$

$$(3\sqrt{2})^{-5} = \frac{1}{(3\sqrt{2})^5} = \frac{1}{(3\sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{2}) \cdot (3\sqrt{2})} = \frac{1}{243 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{972\sqrt{2}}$$

Фрагмент 1
Урока №1

Классное задание 1: Выполните "Навигационную задачу 80.161" по теме "Целые степени чисел, выражений".

Для возврата в Урок , после выполнения Навигатора нажмите стрелку в левом верхнем углу экрана <- "К списку задач" .

№ 80.161 – Навигационная задача

Тема161: Целая степень числа, алгебр. выражения.ВИД: 3^4 ; $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$; 4^5 ; $(-5)^4$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; $(2^2)^3$; $(pq)^4$; $(3x)^3$; $(\sqrt{6})^5$; $(\sqrt{5})^7$

Нажмите Запустить, затем Лампочка=> узнаете список своих примеров. Решайте их по очереди, четко выполняя указания НАВИГАТОРА.

Исполнив эту навигационную задачу, шаг за шагом, следуя инструкциям, объяснениям НАВИГАТОРА, ученик укрепит понимание целой степени, приобретет навыки вычисления степеней.

После практики понятий степени, ученик продолжает изучение урока, закрепляя теорию выполнением навигационных процедур.

Корнем n -степени $\sqrt[n]{a}$ называется такое число, n -ая степень которого равна a (подкоренному числу) n .
 $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n$ - корень является обратной операцией возведения в степень.

$$\sqrt{49} = 7 \quad \text{т.к.} \quad 49 = 7^2$$

$$\sqrt[3]{216} = 6 \quad \text{потому, что} \quad 216 = 6^3$$

Дробной $\frac{n}{m}$ степенью a называется $a^{\frac{n}{m}} = \left(\sqrt[m]{a}\right)^n$.
(m - знаменатель дроби показывает корень, n - числитель показывает в какую степень надо возвести корень)

$$125^{-\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{125^{\frac{1}{3}}} \cdot \left(\sqrt[4]{81}\right)^3 = \frac{27}{5}$$

Фрагмент 2 Урока №1

Классное задание 2: Выполните "Навигатор 80.166" по теме "Корни, дробные степени чисел, выражений".

№ 80.166 - Навигационная задача

Тема 166: Дробная степень числа, алгебр. выражения. Корни. ВИД: $\sqrt{36}$; $\sqrt{\frac{49}{81}}$; $\sqrt[9]{\frac{1}{512}}$; $\sqrt[3]{64z^{12}}$; $\sqrt[10]{a^{20}}$; $64^{0,5}$; $2401^{\frac{1}{4}}$; $81^{-\frac{1}{4}}$; $256^{\frac{7}{4}}$; $(c^{28})^{\frac{4}{7}}$

Нажмите Запустить, затем Лампочку=> узнаете список своих примеров. Решайте их по очереди, четко выполняя указания НАВИГАТОРА.

Формулы степеней:

$$\begin{aligned} a^{x+y} &= a^x \cdot a^y; & a^m \cdot a^n &= a^{m+n} & a^{x-y} &= \frac{a^x}{a^y}; & \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} & \left(\frac{a}{b}\right)^x &= \frac{a^x}{b^x}; & \frac{a^n}{b^n} &= \left(\frac{a}{b}\right)^n \\ (a^x)^y &= a^{xy}; & a^n \cdot b^n &= (a \cdot b)^n & (a \cdot b)^x &= a^x \cdot b^x; & a^{mn} &= (a^m)^n & \sqrt[x]{a \cdot b} &= \sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[x]{b}; & \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{a \cdot b} \end{aligned}$$

Классное задание 3: Выполните "Навигатор 80.167" по теме "Освоение формул степеней"

№ 80.167 - Навигационная задача

Тема 167: Освоение Формул Степеней. ВИД: $(y^3)^2$; $(7a)^4$; $(n^x)^4$; $(x^3)^y$; $(\sqrt{a})^3$; $(9n)^{\frac{y}{2}}$; $\left(\frac{m}{c}\right)^5$; $(\sqrt[7]{4})^y$; $c \cdot \left(c^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}$

Нажмите Запустить, затем Лампочку=> узнаете список своих примеров. Решайте их по очереди, четко выполняя указания НАВИГАТОРА.

НАВИГАТОРЫ содержат достаточное количество разнообразных примеров, генерируемых рандомно, «каждому свое», каждый пример сопровождается подробной инструкцией (НАВИГАЦИЯ к решению) «что и как сделать, вычислить, преобразовать».

Домашнее Задание

Итак, ученик изучил урок №1: Степени, Корни. Показателем успешности изучения урока является оценки выполнения за навигационные задачи.

Далее, надо закрепить полученные знания выполнением домашнего задания к уроку №1:

Тренировочные задачи содержат несколько сравнительно легких примеров. Ученик вычисляет, преобразует каждый пример в отдельной строке.

№ 26.0.17 – Тренировочная задача

$$9^3; \left(\frac{3}{5}\right)^4; 0,4^3; 12^{-2}; \left(\frac{2}{3}\right)^{-4};$$

№ 26.0.18 – Тренировочная задача

$$\sqrt[4]{81}; \sqrt[5]{10000}; \sqrt[3]{\frac{8}{27}}; \sqrt[3]{-125}; \sqrt[3]{0.064};$$

№ 26.0.5 – Тренировочная задача

$$\left(64 \cdot 4^{-5}\right)^2; \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot 10^{-1} + (4)^0 - (-2)^3 - (-5)^{-2} \cdot (-5)^3; a^2 \cdot a^{-3}; k^6 : k^{-1}; 2a^{-2} : \left(\frac{2}{3}a\right);$$

Тест-Упражнения генерируют случайные примеры для тренировок.

№ 77.600 – Текстовая задача

Тест-Упражнение по теме ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ
примеров: ... $(-11)^3$; ... $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; ... $(3 \cdot \sqrt{8})^2$; ...

№ 77.620 – Текстовая задача

Тест-Упражнение по теме ВЫЧИСЛЕНИЕ СТЕПЕННЫХ ЧИСЛОВЫХ
примеров: ... $(\sqrt{6})^2$; ... $216^{\left(-\frac{1}{3}\right)}$; ... $6 \cdot 5^3 - 5 \cdot 6^3$; ...10 примеров.

Но ученик не остается один на один против такого количества примеров, задач!

№ 80.264 – Навигационная задача

Вычисление выражений со степенями. ВИД примеров: $12 \cdot 10^2 - 5^4 \cdot 10$; $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 27 + (0,1)^4 \cdot 5000$; $10^3 : 40 - \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 128$

Программа Mathematicos, как робот – учитель, следит за ним на каждом шаге работы. При необходимости поможет, укажет на ошибку. С такой помощью ученик сделает значительно больше задач, эффективнее выполнит домашнее задание. (на этом урок №1 окончен.)

№ 80.265 – Навигационная задача

Натуральная степень числа, алгебраического выражения. ВИД: 3^4 ; $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$; 4^5 ; $(-5)^4$; $(2^2)^3$; $(pq)^4$; $(3x)^3$

№ 26.0.9 – Тожественное преобразование

$$\text{Преобразовать } 3m^{-2}n^3 : \left(\frac{3}{4}m^{-3}n^3\right)$$

№ 26.0.1 – Тренировочная задача

$$2^{-3} \cdot 2^5 \cdot \left(2^{-2}\right)^4; \frac{5^{-4} \cdot 15^6}{(3^{-5})^{-2}}; \frac{m^6(m^{-2})^5}{m^{-3}m^7}$$

Пример исполнения учеником навигатора – обучающей процедуры.

Навигатор генерирует примеры, аналогичные заголовку, сопровождая каждый инструкцией /подсказкой /объяснением.

Мои задачи **Задачник** Обучение Успеваемость База знаний

№ 80.161 – Навигационная задача

Тема161: Целая степень числа, алгебр. выражения.ВИД: 3^4 ; $(-\frac{4}{3})^3$; 4^5 ; $(-5)^4$; $(\frac{2}{3})^{-2}$; $(2^2)^3$; $(pq)^4$; $(3x)^3$; $(\sqrt{6})^5$; $(\sqrt{5})^7$

Нажмите Запустить, затем Лампочку=> узнаете список своих примеров. Решайте их по очереди, четко выполняя указания НАВИГАТОРА.

тренинг $N = 161$

$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

Подсказка от НАВИГАТОРА: Пример 2: вычислите куб числа $(-\frac{3}{5})^3$: 3-ая степень дробного - перемножение на себя 3 раза; отдельно перемножьте двое из них,потом итог умножьте на третье . В результате равенств получится куб исходного числа! Умножение дробей: числитель на числитель. знаменатель на знаменатель!

Фрагмент строк из АНАЛОГА, иллюстрирующий требования НАВИГАТОРА. Вам надо сделать подобное!

$$\left(-\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3}\right) = -\frac{4}{3} \cdot \frac{16}{9} = -\frac{64}{27}$$

$\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{27}{125}$


Запустить


Правильно выполненным примерам дается зеленый свет - разрешение двигаться по задаче дальше. Контроль выполнения примера «дружелюбен» - ученик сам выбирает/пробует преобразования и подробность их исполнения. Какова реакция на ошибку можно посмотреть на слайде ниже.



Пример выполнения учеником тренировочной задачи на преобразования/вычисления:

- Каждый пример решается учеником в произвольной, обычной форме, шаг за шагом.
- Программа следит за правильностью преобразований, подсказывает, напоминает.

тренинг $n = 610$ вычисление 5^6 2^{-3} $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ $0,3^4$ $5^{-3} \cdot 0,2^4$ $\frac{2^{-4}}{0,125^3}$ $64^{\frac{1}{3}}$

 $5^6 = 25 \cdot 25 \cdot 25 = 625 \cdot 25 = 15625$

 $5^{-3} \cdot 0,2^4 = \frac{1}{5^3} \cdot 5^{-4} = 5^{-7} = \frac{1}{78125}$

  $\frac{2^{-4}}{0,125^3} = \frac{2^{-4}}{\left(\frac{1}{8}\right)^3} = \frac{2^8}{2^4}$

ошибка в строке 4 . Надо исправить.
в преобразовании 3 - ое выражение ошибочно.
Нет тождства, равенства:
 $\frac{2^{-4}}{\left(\frac{1}{8}\right)^3} \neq \frac{2^4}{2^4}$ - ошибка в преобразовании.

в этой строке: для полученного выражения есть свой КАНОНИЧЕСКИЙ ВИД.

[Запустить](#)

Строки с ошибками подсвечивает красным цветом; в цепочке действий указывает звено, с которого началась ошибка.

Интерактивный Урок № 2

После успешного прохождения Урока №1 в аккаунте ученика появится Урок № 2 с Домашними заданиями.

Простейшее показательное уравнение имеет вид: $a^{f(x)} = a^n$ (Равенство степеней с одинаковыми основаниями.)

Уравнение: $5^{-3x+1} = 0.2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{125}$

Фрагмент

Урока №2

Преобразованиями приведем данное уравнение к простейшему виду "5 в степени функция = 5 в степени "какое-то число"

$$5^{-3x+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{5^3}$$

$$5^{-3x+1} = 5^{-\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}$$

$$5^{-3x+1} = 5^{-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}}$$

$$5^{-3x+1} = 5^{\frac{7}{6}}$$

Цель достигнута: мы получили простейшее показательное уравнение .

Можно отбросить основания и написать равенство показателей.

$$-3x + 1 = \frac{7}{6}$$

Осталось решить обычное линейное уравнение.

№ 80.065 – Навигационная задача

показательное уравнение типа $5^{-3x+1} = 0.2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{125}$

Освоение Урока №2 закрепляется выполнением соответствующих НАВИГАТОРОВ. К нему прилагается Домашнее задание по всем изложенным темам. Для освоения алгоритмов решения определенных видов уравнений предлагаются Навигаторы. Вся самостоятельная работа ученика происходит под наблюдением и помощью Mathematicos.

Пример исполнения НАВИГАТОРА: обучение алгоритму решения уравнения определенного вида.

- Генерируется подобное заголовку уравнение.
- Каждый шаг сопровождается подробным описанием «что и как надо делать».
- НАВИГАТОР требует точного исполнения инструкций.
- При одобрении очередного шага, НАВИГАТОР подсказывает ученику как дальше решать.
- Для наглядности показывает шаг из аналогичного примера.
- Контролирует правильность выполнения указаний.
- Комментирует.

№ 80.065 – Навигационная задача

показательное уравнение типа $5^{-3x+1} = 0.2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{125}$

Нажмите Запустить, затем Лампочку и четко следуйте указаниям НАВИГАТОРА.

$3^{(-2x)} = \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \sqrt{81}$

$3^{(-2x)} = 3^{-5} \cdot \sqrt{3^4}$

ОТЛИЧНО: написанный Вами шаг соответствует ожиданиям НАВИГАТОРА .
Прочитайте новую подсказку НАВИГАТОРА далее ...!

Подсказка от НАВИГАТОРА: Представьте квадратный корень в виде степени с дробным показателем.

Свойство степени $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Фрагмент строк из АНАЛОГА, иллюстрирующий требования НАВИГАТОРА сделать подобное!

$5^{-3 \cdot x + 1} = 5^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{5^3}$

$5^{-3 \cdot x + 1} = 5^{-\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}$

Запустить

Фрагмент решения уравнения учеником с помощью Mathematicos:

- Способ решения, его шаги и подробность ученик выбирает самостоятельно.
- Ученик может воспользоваться подсказкой (под «лампочкой») на свое усмотрение.
- Программа анализирует шаги решения, укажет на ошибки, напомнит о недоделках.

💡 $4^{x-1} + 3 \cdot 2^x = 20 - 0.5^{-x}$

Метод подстановки, например. $y = 0,5^{-x}$

В уравнении 3 показательных функций

$0,5^{-x}$ 4^{x-1} 2^x

$$a^{x+y} = (a^x) \cdot (a^y)$$

$$a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

В степени

$$4^{x-1}$$

показатель = сумме слагаемых:

$$x - 1$$

💡 $\frac{4^x}{4} + 3 \cdot 2^x = 20 - 2^x$

Запустить

💡 $y = 2^x$ $\frac{y^2}{4} + 3y = 20 - y$

💡 $y^2 + 16y - 80 = 0$

💡 $y = -8 - \sqrt{64 + 80} = -8 - 12 = -20$

$y = 4$

💡 $2^x = 4$

$x = 2$

ответ $x = 2$

Запустить

Математикос – онлайн обучение.

После прохождения очередного урока и выполнения домашних заданий, ученик получает:

- Новый урок = теоретические материалы с интерактивными обучающими заданиями.
- Новое домашнее задание: примеры, тренинги, уравнения, тест-упражнен., навигаторы.

В процессе освоения уроков и выполнения заданий ученик получает онлайн помощь:

- Пошаговая помощь при решении задач: экспертный анализ.
- Визуализация достижений и ошибок. Обучение методом проб и ошибок.
- Решение задач при недостатках знаний: подсказки, напоминания.
- Онлайн оценка работ с показателями эффективности собственного труда.
- Помощь специалистов mathematicos через внутреннюю систему сообщений.

В результате полученной практики ученик вправе рассчитывать:

- Освоение предложенных тем: понятий, формул, методов, способов.
- Приобретение необходимых навыков решения задач, применения формул.
- Увеличение собственно решенных задач 3 - 5 раз. Улучшение работоспособности.

сайт: mathematicos.ru

e-mail: mathematicos.pro@gmail.com