

Продукт 5 Логарифмы. Уравнения. Формулы. ОДЗ

## LUT1. Логарифмы. Простые Уравнения. Метод Подстановки

### Логарифм. Простые уравнения. Метод Подстановки

Что такое  $\log_4 8$ ? Во-первых, это просто число. Одно-единственное число, вся эта конструкция из букв и чисел означает вполне конкретное число. В этом случае это число  $\frac{3}{2}$ . Потому, что это именно та степень, в которую надо возвести основание 4, чтоб получить 8.

Что такое  $\log_a b$ ? это такое число  $n$  чтобы  $a^n = b$ . (обратная операция степени. Аналогично,  $\sqrt{a}$  это такое число  $n$ , чтоб  $n^2 = a$ )

**определение:** логарифм  $\log_a b$  - это число - показатель степени в которую надо возвести  $a$  чтоб получить  $b$ .  $a^{\log_a b} = b$

**названия:**  $a$  - основание  $b$  - аргумент логарифма  $\log_a b$  = показатель степени.  $\lg 88 = \log_{10} 88$  - десятичный логарифм

**ограничения:**  $a > 0$   $a \neq 1$   $b > 0$  **основание и аргумент НЕ МОГУТ БЫТЬ неположительными!**

**иллюстрация:** 1)  $\log_3 81 = 4$  (т.к.  $3^4 = 81$ )      2)  $\log_{0.125} 4 = -\frac{2}{3}$  ( $0.125^{-\frac{2}{3}} = 4$ )  
3)  $\lg 0.0001 = -4$  ( $10^{-4} = 0.0001$ )      4)  $\log_{36} 6\sqrt{6} = \frac{3}{4}$  ( $36^{\frac{3}{4}} = (\sqrt{6})^3 = 6\sqrt{6}$ )

**классное задание 1:** [выполнить "Навигатор 80.170"](#)

№ 80.170 – Навигационная задача

Тема 170: Логарифм чисел, определение. Примеры ВИДА:  $\log_5 625$   $\log_3\left(\frac{1}{27}\right)$   $\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{9}{4}\right)$   $\log_{13}\left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right)$   $\lg 0.00001$

**задача:** функция  $f(x) = \log_{0.2} x$  при значениях:  $x = 25$   $x = \frac{1}{5}$   $x = \sqrt{5}$

каждое из этих значений подставим в аргумент функции  $f(?)$  и вычислим шаг за шагом:

$$f(25) = \log_{0.2} 25 = \log_{\frac{1}{5}} 25 = -2$$

$$f\left(\frac{1}{5}\right) = \log_{0.2} \frac{1}{5} = \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} = 1$$

$$f(\sqrt{5}) = \log_{0.2} \sqrt{5} = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{5} = -\frac{1}{2}$$

на последнем шаге надо "угадать": в какую степень надо возвести основание, чтоб получилось аргумент логарифма!

**классное задание 2:** [выполнить "Навигатор 80.080"](#)

№ 80.080 – Навигационная задача

вычислить значение функции  $y = \log_{0.2} x$  при  $x = \frac{1}{5}$ ;  $x = 25$ ;  $x = \sqrt{5}$

Нажмите Залпустить, затем Лампочку и четко следуйте указаниям НАВИГАТОРА.

**Формулы:**  $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$  **сумма логарифмов  $\Rightarrow$  логарифм произведения**

$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$  **разность логарифмов  $\Rightarrow$  логарифм отношения. И наоборот.**  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

$\log_a b = n \Leftrightarrow b = a^n$  **основное тождество:**  $a^{\log_a b} = b$

**решение простейшего уравнения:**  $\log_a f(x) = c \Leftrightarrow f(x) = a^c$  **основное тождество!**

**классное задание 3:** [выполнить "Навигатор 80.171"](#)

№ 80.171 – Навигационная задача

Тема 171: "угадай решение" простейших логарифмических уравнений. Примеры ВИДА:  $\log_4 x = 3$   $\log_x\left(\frac{1}{4}\right) = -1$   $\lg x = -3$   $\log_x\left(\frac{125}{27}\right) = -3$   $\log_x \sqrt{5} = -\frac{1}{2}$   $\log_{3\sqrt{3}} x = \frac{1}{3}$

уравнение:  $\log_{49}(2x - 1) = 0,5$

В начале надо разобраться: какие решения не могут быть В ПРИНЦИПЕ!

Надо написать условия ограничений - **О.Д.З.** (Область Допустимых Значений, иначе НЕДОПУСТИМО!)

О.Д.З.  $2x - 1 > 0$

далее, "вскроем логарифм" по основному тождеству:

$$\log_a f(x) = c \Rightarrow f(x) = a^c \quad a = 49 \quad f(x) = 2x - 1 \quad c = 0,5$$

$$2x - 1 = 49^{0,5}$$

$$2x = 7 + 1$$

$$x = 4$$

проверка на О.Д.З.: удовлетворяет!

ответ:  $x = 4$

**классное задание 4: выполнить "Навигатор 80.081"**

№ 80.081 – Навигационная задача

простейшее логариф. уравнение  $\log_{49}(2x - 1) = 0,5$

Нажмите Запустить, затем Лампочку и четко следуйте указаниям НАВИГАТОРА.

уравнение:  $\log_{\frac{1}{3}}x - \log_{\frac{1}{3}}36 = \log_{\frac{1}{3}}10$

О.Д.З.  $x > 0$

по формуле разности логарифмов:

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y} \quad a = \frac{1}{3} \quad x = x \quad y = 36$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{36} = \log_{\frac{1}{3}} 10$$

по основному тождеству:

$$\frac{x}{36} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 10}$$

$$\frac{x}{36} = 10$$

$$x = 360$$

проверка на О.Д.З.: удовлетворяет!

ответ:  $x = 360$

это уравнение можно было решить по другому: перенести числовой логарифм вправо

$$\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} 36 + \log_{\frac{1}{3}} 10$$

$\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} (36 \cdot 10)$  и приравнять аргументы логарифма ПРИ ОДИНАКОВЫХ ОСНОВАНИЯХ!

**классное задание 5: выполнить "Навигатор 80.082"**

№ 80.082 – Навигационная задача

1 способ решения логариф. уравнение вида  $\log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} 36 = \log_{\frac{1}{3}} 10$

Нажмите Запустить, затем Лампочку и четко следуйте указаниям НАВИГАТОРА.

уравнение:  $\log_{0,6}(2x^2 - 3x + 1) = \log_{0,6}(13 - x)$

О.Д.З.  $2x^2 - 3x + 1 > 0 \quad 13 > x$

Два логарифма с одинаковыми основаниями РАВНЫ? значит их аргументы равные! (по основному тождеству)

$$2x^2 - 3x + 1 = 13 - x$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = -2$$

проверка на О.Д.З.: удовлетворяет!

$$x = 3$$

проверка на О.Д.З.: удовлетворяет!

ответ:  $x = -2 \quad x = 3$

### классное задание 6: выполнить "Навигатор 80.084"

№ 80.084 – Навигационная задача

логариф. уравнение вида  $\log_{0,6}(2x^2 - 3x + 1) = \log_{0,6}(13 - x)$

Нажмите Запустить, затем Лампочку и четко следуйте указаниям НАВИГАТОРА. Как провести проверку!

уравнение:  $\log_3^2 2x + 3 \cdot \log_3 2x - 4 = 0$

О.Д.З.  $2x > 0$

(можно было проще  $x > 0$ )

Итак: надо найти такое числовое значение буквы  $x$ , которое, будучи подставленным в уравнение выровняет обе части!

Какое  $x$  уравнивает обе части? Каким должен быть  $x$ , чтоб левая часть сравнялась с правой?

Гораздо легче ответить на вопрос: каким должен быть  $\log_3 2x$ , чтоб УРАВНЯЛОСЬ? Назовем это буквой  $y$ , найдем его

численное значение (при котором случится выравнивание!) и потом найдем по нему соответствующее  $x$ .

В этом суть метода замены, метода подстановки:

замена  $y = \log_3 2x$

$$y^2 + 3y - 4 = 0$$

$$y = 1$$

$$y = -4$$

**Ответ на вопрос "каким должен быть  $\log_3 2x$ , чтоб УРАВНЯЛОСЬ?" найден:** должен быть 1 или -4. теперь найдем  $x$ :

$$\log_3 2x = 1 \quad (\text{возврат 1-го значения } y)$$

$$2x = 3^1$$

$$x = 1.5$$

$$\log_3 2x = -4 \quad (\text{возврат 1-го значения } y)$$

$$2x = 3^{-4}$$

$$2x = \frac{1}{81}$$

$$x = \frac{1}{162}$$

ответ:  $x = 1.5$   $x = \frac{1}{162}$  (оба удовлетворяют О.Д.З.)

P.S. при таких численных значениях  $x$  "комбинация"  $\log_3 2x$  принимает значения 1 или -4  $\Leftrightarrow$  это значит обе части уравнения будут равны! ведь числа 1 и -4 вместо  $\log_3 2x$  как раз и уравнивали. В этом суть метода замены: не могу найти  $x$ , но найду некую комбинацию от  $x$ , а потом по полученным числам найду  $x$ !

### классное задание 7: выполнить "Навигатор 80.085"

№ 80.085 – Навигационная задача

логариф. уравнение вида  $\log_3^2 2x + 3 \log_3 2x - 4 = 0$

Нажмите Запустить, затем Лампочку и четко следуйте указаниям НАВИГАТОРА.

### Домашнее задание: HW/LUT1

## Задачи

№ 7.0.30 – Тренинговая задача

$\log_2 16$ ;  $\log_{0,5} 8$ ;  $\log_5 \sqrt{5}$ ;  $\lg 0.01$ ;  $\log_a a^3$ ; ... еще 3

№ 7.0.31 – Вычислить значение функции в точках

Функция  $\log_2 x + \log_4 x$  в точках:  $\frac{1}{16}$ ;  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{2}$ ; 1; ... еще 5

№ 7.0.32 – Угадай решение

$$\log_2 x = 5; \quad \log_7 x = -1; \quad \lg x = 3; \quad \lg x = -3; \quad \log_x 9 = 2; \quad \dots \text{еще } 3$$

№ 80.083 – Навигационная задача

2 способ решения логарф. уравнение вида  $\log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} 36 = \log_{\frac{1}{3}} 10$

Нажмите Запустить, затем Лампочку и четко следуйте указаниям НАВИГАТОРА.

№ 7.1.4 – Решить уравнение

$$\log_{0,008} x = \frac{4}{3}$$

№ 7.1.5 – Решить уравнение

$$\log_9(x + 1) = -\frac{1}{2}$$

№ 7.1.6 – Решить уравнение

$$\log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} 36 = \log_{\frac{1}{3}} 10$$

№ 17.0.5 – Решить уравнение

$$\lg x = 0.5$$

№ 17.0.7 – Решить уравнение

$$\log_{0,5} 3 + \log_{0,5} x = \log_{0,5} 12$$

№ 17.0.10 – Решить уравнение

$$\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9$$

№ 7.1.7 – Решить уравнение

$$\lg(x^2 - 6x + 10) = \lg(8 - 3x)$$

№ 7.1.8 – Решить уравнение

$$\log_2(x^2 - 3x + 6) = 2$$

№ 7.1.9 – Решить уравнение

$$\log_2^2 x - 4 \log_2 x - 5 = 0$$

№ 7.1.10 – Решить уравнение

$$\log_{\frac{2}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} x + 2 = 0$$

№ 17.0.4 – Решить уравнение

$$\lg x = -3$$

№ 17.0.5 – Решить уравнение

$$\lg x = 0.5$$

№ 17.0.7 – Решить уравнение

$$\log_{0.5} 3 + \log_{0.5} x = \log_{0.5} 12$$

№ 17.0.10 – Решить уравнение

$$\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9$$

№ 17.0.13 – Решить уравнение

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

№ 17.0.14 – Решить уравнение

$$\log_{0.25} x = \frac{3}{2}$$

№ 17.0.19 – Решить уравнение

$$\log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7$$

№ 17.0.24 – Решить уравнение

$$\log_4 x = \log_4 2\sqrt{2} + \log_4 8\sqrt{8}$$

№ 17.0.28 – Решить уравнение

$$\log_{\frac{1}{3}} 4 + \log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} 18$$